HOCHSCHULE ANHALT (FH) STUDIENKOLLEG FÜR AUSLÄNDISCHE STUDIERENDE	**WS 2004**

FESTSTELLUNGSPRÜFUNG

Fach Mathematik

Name: ______________________ *Anzahl der abgegebenen Blätter (ohne Aufgabenblatt):* _________

Punkte: ______________________ *Note:* ___________

Kurs: T

Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht grafikfähig), Formelsammlung

Hinweise: Bei der Bearbeitung der Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar sein. Das Ergebnis allein kann nicht bewertet werden.

Die Benutzung von Handys zieht den Ausschluss von der Prüfung nach sich!

---

1. Bestimmen Sie alle reellen und komplexen Lösungen der Gleichung

$$x^5 + x^4 + 2x + 2 = 0 .$$

Geben Sie die komplexen Lösungen in der arithmetischen Form an und stellen Sie diese in der Gaußschen Zahlenebene dar.

2. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} a & a & 3 \\ 1 & a & 3 \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix}$ mit $a, c \in R$.

2.1 Untersuchen Sie die Lösbarkeit des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit Hilfe des Rangkriteriums.

2.2 Für $a = c = 2$ berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1} sowie die Lösung des linearen Gleichungssystems.

3. Gegeben sind die Geraden g_1, g_2 und die Ebene E_1.

$$g_1 : \vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad g_2 : \vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad E_1 : x + 2y + z - 4 = 0$$

3.1 Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden g_1 mit der Ebene E_1 und den Spiegelpunkt des Punktes $A\,(3/4/0)$ bezüglich der Ebene E_1.

3.2 Alle Spiegelpunkte der Geraden g_1 bilden eine Spiegelgerade g_3. Geben Sie eine Gleichung dieser Geraden an.

3.3 Gesucht ist eine parameterfreie Gleichung der Ebene E_2, in der die Geraden g_1 und g_3 liegen. Unter welchem Winkel schneiden sich die Ebenen E_1 und E_2 ?

3.4 Gibt es einen Parameter a , so dass die Gerade g_2 die Gerade g_1 schneidet?

4. Gegeben ist die Funktionenschar $y = f_n(x) = e^{-x^n} \quad n \in N, n > 1$.

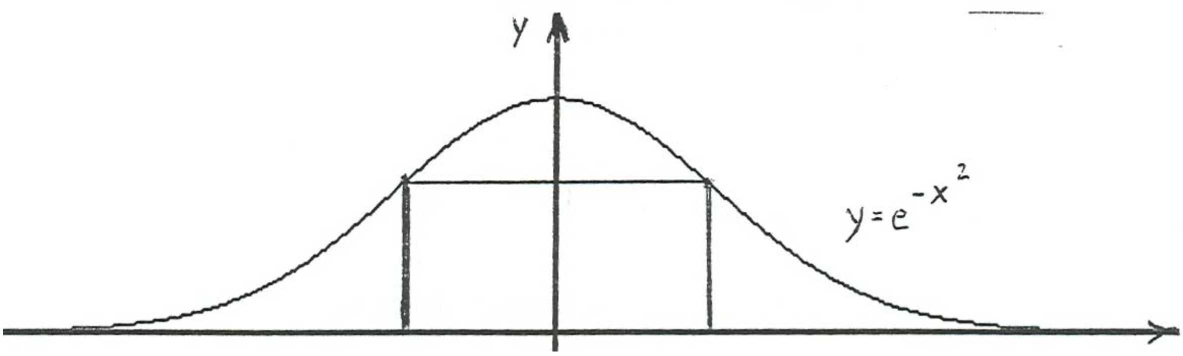
4.1 Geben Sie Koordinaten der Punkte an, die alle Graphen der Funktionen $f_n(x)$ gemeinsam haben.

4.2 Untersuchen Sie die Funktionen f_2 (n=2) und f_3 (n=3) auf Extremwerte, Verhalten im Unendlichen und Symmetrie.

4.3 Berechnen Sie für f_2 und f_3 den Punkt, in dem der Graph eine zur x-Achse parallele Tangente hat.

4.4 Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f_3 in ein Koordinatensystem (1LE=2cm).

4.5 Zwischen der x-Achse und dem Graph der Funktion f_2 soll ein Rechteck mit möglichst großem Flächeninhalt einbeschrieben werden (sieheSkizze). Berechnen Sie die Abmessungen des Rechtecks sowie die Maßzahl für den Flächeninhalt.



5. Der Graph der Funktion $y = f(x) = \frac{4}{2x-3}$, die x-Achse und die Geraden mit den Gleichungen x=2 und x=6 begrenzen ein Flächenstück.

5.1 Durch eine Gerade x=a (2<a<6) wird das Flächenstück in zwei inhaltsgleiche Teilflächen zerlegt. Berechnen Sie den Wert für a.

5.2 Das unter 5. beschriebene Flächenstück rotiert um die x-Achse. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers.